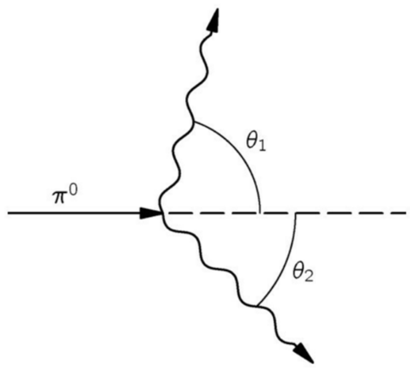
1. 在坐标系S中，棒静止，长度为$L=5m$，方向与x轴呈$\theta=30^{\circ}$夹角，另一坐标系S'与坐标系S平行，相对于坐标系S以$v_x=\frac{c}{2}$的速度(水平向右为x正方向)运动，问在坐标系S'中的人看来，棒的长度和方向如何？

2. 一个处于静止或飞行状态的 π^0 介子可以衰变为两个 γ 射线，如图所示: $\pi^0\rightarrow\gamma+\gamma$ 。



注: 一个 γ 射线是一个光子，$E_\gamma=p_\gamma c=h\nu$ 。

(a) 如果 π^0 介子的速度为 $\boldsymbol{v}$，质量为 m_π，γ 射线的出射方向与 $\boldsymbol{v}$ 夹角为 θ 。求 γ 射线的能量 E_γ 关于 m_π、v 和 θ 的函数关系。

(b) γ 射线可能具有的能量最大值 $E_{\max}$、最小值 $E_{\min}$ 分别为多少? 相应的出射方向如何?

(c) 你能找到一个无关于 π^0 介子速度的 $E_{\max}$ 和 $E_{\min}$ 的函数吗? 其物理意义是什么?

3. $\boldsymbol{R}$ 是由原点指向(x，y，z)的矢量，证明:

(a) $\nabla\cdot R=3$。

(b) $\nabla\times R=0$。 除 $R=0$ 外，

(c) $\nabla\cdot(\boldsymbol{R}/R^3)=0$。 (d) $\nabla\times(\boldsymbol{R}/R^3)=0$。

(e) $\nabla(1/R)=-\boldsymbol{R}/R^3$。

(f) 从 (b) 以及 $\mathrm{curl}(\mathrm{grad}T)=\nabla\times(\nabla T)=0$

可知：$\boldsymbol{R}$ 可以写成 $\boldsymbol{R}=\nabla\varphi$。问 φ 是什么？

4. 麦克斯韦方程组是

(1) $\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho/\varepsilon_0$，

(2) $\nabla\times\boldsymbol{E}=-\partial\boldsymbol{B}/\partial t$，

(3) $\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$，
(4) $e^2\nabla\times\boldsymbol{B}=\partial\boldsymbol{E}/\partial t+\boldsymbol{j}/\varepsilon_0$，

电荷守恒可以写成
(5) $\nabla\cdot\boldsymbol{j}=-\partial\rho/\partial t$。

(a) 证明：上面方程 (3) 和方程 (2) 的散度是协变的。

(b) 证明：方程 (5) 可以通过对方程 (4) 取散度得到。

(c) 证明：在 $j=0$，$\rho=0$ 的空间，电场 E 满足波动方程

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0$$

(d) 证明：在 $j=0$，$\rho=0$ 的空间，磁场 B 满足一样的波动方程

$$\nabla^2\boldsymbol{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}=0$$

(e)证明：方程(2)意味着 $\boldsymbol{E}$ 可以写成

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\boldsymbol{\phi} - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial \boldsymbol{t}}$$

其中 $\boldsymbol{A}$ 由 $\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$ 定义。

(f)为什么 $\boldsymbol{B}$ 可以写成 $\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$？